

市場循環とランダムショック

Market Fluctuations and Random Shocks

上 野 皓 司

Ueno, Koji

ABSTRACT

What kind of method can we use to forecast future markets? The historical data is the main material for the forecasting. How should we use the historical data? One way is to divide the data according to the period of analyses. We suppose each market has the proper movement and the movement can be measured by the elaborate analysis. We examine the process to measure the proper movement of each market by dividing the data according to periods and considering the effects of external random shocks.

英国の資料が利用可能な過去 250 年の間、物価指数と利付き公債の長期利子率との間に強い正の相関が存在した。この現象は 1930 年にケインズ (J. M. Keynes) によってその関係を発見したと考えられた A. H. Gibson にちなんでギブソン・パラドックス (Gibson Paradox) と名づけられた。この二つの時系列値の動きの類似性は、その間の社会や政治、経済の構造的な主要変化を考慮すれば、非常に印象的なものであり、ケインズはこの相関を「数量経済学の全領域で完全に確定された経験的事実」と呼んだ。Shiller and Siegel (1977) は、改めて英国のこの相関を、①1729 年から 1974 年の物価指数の対数値と長期利子率の関連、②1824 年から 1984 年の物価水準の対数値と短期 (3 ヶ月) の利子率の関連等について分析している。このような事態が他の分野でも存在すれば、ある変数の動きから他の変数の動きを推定したり予測したりすることができる。

Grandmont (1985) は、理論的なモデルによる分析から、外的なショックや政

策の変化が存在しない場合でも持続的な景気循環が現れ、その源泉は富の効果 (wealth effect) と実質利子率の動きに関係する時間的な代替効果の間の潜在的な矛盾である、と述べている。また Obstfeld and Rogoff (1983) は投機的な超インフレーション (Speculative Hyperinflations) が貨幣供給の増大を伴わないときに正常な均衡過程であることができるかどうかを理論的に検討し、Tirole (1985) は、“金、株式、土地、貨幣自身等の現実価格 (actual prices) には何か合理的な根拠が存在するであろうか” と述べ、資産バブル (asset bubbles) の現象を理論的に分析し、“何がバブルを生み出すか” について、“バブルを生み出すためには三つの条件が必要で、耐久性 (durability)、希少性 (scarcity)、共通の信用 (common beliefs) である” と述べている。これらは内生的な要因のみで景気循環や価格の一方的な上昇が生じる可能性を示唆している。

市場と経済全般の動きの関連を象徴的に示すと考えられるのが株式市場であるが、Bolten and Weigand (1998) は株式価格は法人所得とは正、利子率の変化とは負の関係を有しており、経済循環による法人所得と利子率の変化は株価水準の変化をもたらす、したがって株式市場は経済循環 (economic cycle) の指標である、と述べ、Schwert (1989) は株価の変動率とインフレ、貨幣供給の増大、産業の生産量、財政政策等のマクロの経済活動や政府政策との関連を、1857 年から 1987 年の株式収益率、短期利子率、長期利子率、長期社債の収益、インフレ率、金融上のテコ入れ、株式収益の変動率、工業生産、貨幣供給等の資料を利用して分析している。また Schwert (1990) は、米国の、①社債や国債の期待収益、②工業生産 (industrial production) 等の資料を使用し、1889 年から 1988 年までの実質株式収益と実質経済活動の関係を分析している。これらは経済と株式市場の動きの相互的な分析の可能性を示している。

株式市場は長期の明確な資料を有しており、多様な視点からその動きを分析することができる。Harrison (1998) は、18 世紀と 20 世紀のアムステルダムとロンドンの株式市場の価格変動率の分布を比較し、多くの重要な制度的、社会的、技術的な変化にもかかわらず、共通の規則性がみられ、この類似性の要因は、18

世紀と今日の株式市場と売買者の共通性によると述べている。18 世紀の資料としてアムステルダムやロンドンの株式価格を利用しているが、オランダ東インド会社、イギリス東インド会社、イングランド銀行、南海会社等の株価をも使用している。Barsky and De Long (1993) は、1880 年から 1990 年までの米国の株式市場の実質株価指数と配当の関連を調査し、株式市場の過去 1 世紀の主要な長期振動 (major long-run swings) は、現在と期待される将来の配当の変化に対応する、と述べている。また Chow and Liu (1999) は、CRSP (Center for Research in Security Prices) 所有の 1926 年から 1994 年の NYSE (New York Stock Exchange) の月別収益の資料の分析から、配当の振動は過去の配当についての記憶が強ければ、株価は将来期待される配当によって計算される以上に変化が大きくなる、と述べている。株式の購入者は、過去の配当の記憶を加味して株価を設定するために本来とは異なる株価が発生するからである。

Schwert (1990) は、①The Smith and Cole Indexes of Bank, Insurance, and Railroad Stock Prices, ②The Macaulay Index of Railroad Stock Prices, ③The Cowles Index of NYSE Stock Prices and Dividends, ④The Dow Jones Indexes of NYSE Stock Prices, ⑤S&P Composite Index 等の米国の過去と現在の各種の株価指数を使用して、1802 年から 1987 年の株式収益の動きを分析している。また Goetzmann (1993) は LSE (London Stock Exchange) については 1695 年から 1989 年まで、NYSE (New York Stock Exchange) については 1790 年から 1989 年までの各種の資料を使用し、2 世紀以上にわたる年々の資本評価収益 (annual capital appreciation returns) の差異を分析している。

Sentana and Wadhwani (1992) は 1885 年から 1988 年の間で、①Dow Jones returns, ②S&P composite portfolio, ③CRSP value-weighted portfolio 等の資料を利用し、株価の変動率が低いときは株式収益は短期では株価の変動率と正の系列相関を、株価の変動率が比較的高いときは負の相関を有すると述べ、Shapiro (1988) は 1872 年から 1987 年の資料を使用して、①超過株式収益, ②実質株式収益, ③価格配当比率, 等の動きを分析している。

これらの研究の多くは、経済全般や個々の市場の動きが相互に関連していると同時に、各市場はある要因の動きによってその動きが左右されている、ことを説明している。しかし関連要因の動きから対象としている市場の動きを分析することは多大の時間と労力を要するために、個々の市場の動きを知るためにはより容易な方法をも利用しなければならない。以下では過去の資料を独自に利用する方法を検討する。

1. 価格変動の構成要素

一般商品や証券、利子、為替等の市場での価格変動は複雑多様である。これらの動きを法的に把握することは極めて困難である。しかし証券や商品への投資を余儀なくされれば、それらの長期や中期、短期等の過去の動きを知り、将来に備えなければならない。以下では価格の動きを「規則的に把握する」ための方法を検討する。

1-1. 規則的な動きの分類

市場の時間的な価格の動きをみれば、その変化は多様な要因によって引き起こされていることがわかる。市場に参加する需要者や供給者のその日その日の直接的な必要、投機者の参入、経済全般や政府の施策、国際情勢等の市場を取り巻く環境の動き等である。これらの変動要因を個々に把握し分析すれば、ある程度当面の動きを知ることは可能である。しかしかなり遠い将来についてはこれらを個々に予測することは困難であり、別の視点から体系的に把握する必要がある。その一つは、過去の資料に基づき動きを期間別に分類し、それぞれの分類項目ごとに規則的な動きを抽出し、それらに基づいて予測する方法である。

過去の研究ではコンドラチェフやシュンペーターによる40年から50年の長期波動、クズネッツ等による15年から25年の準長期波動、ジュグラーやマルクス等による7年から10年の中期波動、キチン等による3年から4年の短期波動等が金数量、生産、貿易、物価、賃金、公債利回り等について抽出されている。

商品の種類によって期間や周期は異なると考えられるが、これらの過去の研究を参考に以下では、①長期波動、②中期波動、③短期波動、の3種類の分類のもとで、規則的な動きを抽出する方法を考える。

1-2. 各波動の特徴

長期波動の本格的な検出は1900年代前半のコンドラチェフやシュンペーターに始まるが、スミス⁽¹⁾ (Adam Smith) の『国富論』やマーシャル (Alfred Marshall) の『経済学原理』には数世紀以上にわたる穀物、金、銀、利子率、為替、等についての実質価格の変化の分析がみられ、歴史学者の研究にも同様な長期経済変動の研究が多く見られる。したがって長期をどのような期間に設定するかはある程度分析や予測の必要期間に依存する。詳細なデータが入手可能であれば、どのような長期までも任意に検討可能であるが、データ上の制約があれば、数量的に緻密性を追求すれば、おのずから制約が生じる。時系列の資料から移動平均値などによって長期波動を抽出するようなさいには、通常かなり期間が限定される⁽²⁾。

(1) ロシアの経済学者コンドラチェフは1922年に理論、1926年に統計的検証を加えた研究によって (Kondratieff (1935)) 40 から 50 年周期の長期波動の存在を提唱した。主要な分析対象は英米仏3カ国の卸売物価指数、英仏の固定利付公債利回り、英の賃金、仏の貿易、仏の石炭消費と英の石炭、銑鉄、鉛の生産であり、他にも米の綿花作付量、独の石炭生産等を分析し、1780年代末から1920年までの長期波動を指摘している。波動の主要な要因として、農業、戦争、技術革新、金生産、を上げている。コンドラチェフ以外にもカッセル (Gustav Cassel) が金数量、シュンペー (Joseph A. Schumpeter (1939)) が技術革新により長期波動を検出している。他にも40から50年周期の波動を提唱している学者がいるが、これらの研究はいずれも1900代初期以降であり、正確な周期を重視している。

(2) Kuznets (1930) は米、英、ベルギー、独、仏の5カ国について、60の工業生産と35の物価の1800年代から1900年代初期までの時系列値を分析し、第二の長期変動 (secondary secular movements) を抽出した。準長期波動はこの1930年にクズネッツ (Simon S.Kuznets) によって発見された15から25年周期の波動で、クズネッツはこの波動を実質GNPの10カ年平均値を5カ年おきに計算して検出している。しかしこの波動がどのような要因によって引き起こされているかは明らかではなく、多くの学者によって人口変動、移民、住宅数、資本移動等が検討されている。リグルマン (John R. Riggleman) やアイサード (Walter Isard) は、建築や運輸にも同様な循環があることを検出している。

中期波動は最初は 19 世紀の欧米諸国で議論され、主として 10 年前後の周期で訪れる恐慌を基準に研究された。⁽³⁾ 賃金や物価の乱高下の周期が恐慌周期に対応して検討され、以後 10 年前後が中期循環の目安となったが、1950 年頃以降大きな不況期がかけを潜め右方上がり⁽³⁾の経済が出現すると、中期波動は成長循環の一種として、設備投資循環とも呼ばれるようになった。しかし今日では多くの国々の経済が下降趨勢にあり、あらためて波動分析の方法や内容が模索されている。以下では特定の市場や商品を対象とせず、分析方法のみを検討するために、とりあえず中期波動の周期は長期波動の数分の 1 で、短期波動の数倍であると想定する。

短期波動は 1900 年代前半のキチン等の研究によって本格化するが、1950 年代以降は 3 年から 4 年周期の在庫循環、さらには経済全体の動きをみるディフュージョン・インデックス (diffusion index) として研究が続けられてきた。⁽⁴⁾ したがって今日では短期波動の対象は不明確である。短期をどのような期間に設定するかは市場や商品によって異なるが、以下では短期波動といえば、日、週、月、季

(3) ジュグラー (Joseph Clément Juglar) は、1862 年に英、米、仏の物価や利子率、それぞれの国の銀行の活動状況を歴史的に分析し、好況・恐慌・整理の過程に 7 から 10 年の波動を抽出した。後にシュンペーターはこれをジュグラー・サイクルと名づけた。またマルクス (Karl Heinrich Marx) も『資本論』の第 3 巻で、19 世紀前半から 10 年前後の周期でイギリスをおそう恐慌を、賃金、失業率等によって分析し、以後中期波動の研究は経済学研究の主要テーマになり、20 世紀前半の長期波動や短期波動の研究を導いた。これらは価格や賃金の絶対額の平均値を上下に循環する波動、すなわち「古典的循環」の抽出を目標にしており、第二次大戦後に主流となった設備投資等を基礎にする成長率の周期的波動、すなわち「成長率循環」の研究とは異なる。

歴史的には古くから大きな経済的混乱がある期間を置いて発生することがあり、15 世紀頃以降は恐慌現象がかなり明確に認識されていたが、ジェボンズ (William S. Jevons) は 16 世紀初頭から 1867 年にかけて約 10 年周期で恐慌が発生していると分析している。

(4) Kitchin (1923) は米国と英国の 1890 年から 1921 年の手形交換高 (clearings) と物価、利子率の関連から 40 ヶ月周期の小循環 (minor cycles) を抽出し、主循環 (major cycles) すなわち景気循環 (trade cycles) にはこれらが 2 から 3 循環含まれている、と述べている。この波動は、現在では一般には在庫循環と呼ばれているが、戦後は在庫循環とは別に、短期波動はディフュージョン・インデックス (diffusion index) として、国民所得や貿易、生産、雇用等あらゆるデータを総合的に利用して検証され、景気の浸透度を測定し、全般的な経済の動きを把握するための手段となっている。戦後は長期波動や中期波動が忘れられ、成長過程での数年単位の微妙な動きの把握が景気分析の中心作業である。

節、年等を周期にする目先のな循環ではなく、数年周期の波動を考える。

1-3. ランダムショック

価格の周期的な変動はときには不測の事態によって混乱させられることがある。天候不順による農産物被害、戦乱による流通経路の遮断、輸出規制による価格の騰貴、政変による市場の混乱、等歴史上経済の自然な動きを大きく攪乱してきた事態は多数見られる。ここで問題になるのは、このような不測の事態が各種の循環にどのような影響を及ぼすかである。攪乱要因は大小さまざまであり、その影響は多様であるが、今日ではこれらの事態の影響を正確に分析しておく必要がある。

コンドラチェフやシュンペターは戦争や金相場の変動、交通やエネルギー革命等を長期循環を引き起こす基本的な要因と考え、循環の中に内生化させている。すなわち不測の事態を外部的な攪乱ではなく、内部から自然に生み出され、長期の経済を周期的に循環させる要因として位置づけている。しかし現在ではそれらの事態は周期的には発生しておらず、また個々の市場で異なる商品ごとに長期波動を検証しようとするれば、別の視点が必要になる。

数カ年以上のデータの移動平均値等により長期循環を抽出すれば、得られる循環は不測の事態がこの商品価格にどのように影響を及ぼしているかは大まかには把握することができる。もし2世紀以上の資料から同じ商品価格について半世紀前後の周期の長期波動を数個抽出すれば、各循環での戦争や金相場、天災等がその長期波動にどのような影響を及ぼしているかは統計的に分析可能である。個々の商品は長期に存続するものもあれば、消滅して行くものもある。戦争や天災等の影響は為替や利子率、所得等のマクロ変数以外には内生要因として位置づけることは困難である。ミクロの商品価格の波動は大きな不測の事態を長期波動の外的な攪乱要因としてとらえるほかはない。ここでこれらの事態が一時的な攪乱を生み出すだけで終了するか、以後の長期循環を構造的に変化させてしまうか、の問題が発生する。その事態の影響力はデータから統計的

に判断する以外にはなく、同じ事態でも対象商品によって異なるといえる。

各種の不測の事態の中期波動への影響についても同様であり、商品の種類によって不測の事態の影響は異なるが、これらの事態を外部的な攪乱としてとらえる必要がある。中期波動も戦争や天災等の大きな変化を受けるが、統計的な分析方法からは、それらの事態の影響は長期波動で処理し、より小さな攪乱要因を中期波動でとらえることが考えられる。すなわちより小さな不測の事態を中期波動の一時的な不規則変動や構造的な変化の要因として把握する方法である。

以下では長期波動や中期波動に影響する大小の外部的な不測の事態を総称して「ランダムショック」と呼ぶ。ランダムショックという用語は、通常は一時的に影響を及ぼす短期の外部的な攪乱を意味するが、ここでは長期をも含め、循環の構造をも変化させる、多様な外部的な不測の事態を表すと考える。

1-4. 長期波動と中期波動の関連

長期や中期の波動をそれぞれ独自に抽出し、予測に役立てようとすれば、長期波動では一つの方法として過去の資料から数ヵ年分の移動平均値を求め、その動きを将来に延長することによってある程度可能である。中期波動でも数ヵ月の移動平均によって過去の短期的な動きを除去し、予測することができる。それでは長期、中期、短期等の動きを個々に過去の資料から抽出し、それらの複合的な動きに基づいて予測するときは、過去の資料からどのように個々の動きを抽出し、予測に利用すればよいであろうか。

一般に利用される移動平均による方法では、長期波動を中心に把握しようとするれば、まず長期的な変動を抽出し、その動きの周辺で中期的に上下する変化を除去した動きが長期波動、さらに中期的な変動の周囲で上下する短期的な変化を除去した波動が中期波動、短期的な変動の周囲で上下する不確定な変化を除

(5) Black (1986) は市場に影響する多数の外的な小さな出来事 (a large number of small events) を雑音 (noise) と呼び、少数の大きな出来事 (a small number of large events) より、しばしばより強力に作用することがある、と述べている。

去した波動が短期波動，短期波動を得る過程で除去した不確定な変化を外部的な不確定波動と考え，長期，中期，短期，不確定な動きの四者の階層的な変動を過去の資料から抽出し，その後それらの波動の延長として予測が行われる。

長期波動を考慮せず中期波動以下にだけ着目すれば，過去の資料から数ヶ月の移動平均によってまず中期波動を抽出し，短期波動を中期波動を中心に上下する動き，より短い短期波動の周囲で上下する動きを外部的な不確定要素の影響による動きと考え，中期，短期，不確定要素の三者の延長により，将来を予測する。

これらの方法は資料処理が簡単で，予測のための計算が容易であるが，各循環が本来どのような動きをしているかを理論的に検討しておらず，最初に任意に長期波動や中期波動を中心的なものとして選択し，さらに移動平均にとる期間も作業をする人の主観によって決められる。したがってこれらの方法以外に，移動平均法を補足したり，その方法に代わる他の方法が考案されなければならない。

理論的に長期や中期等の波動を抽出しようとするれば，過去のデータを参考にしつつ直感的に基本的な動きを抽出しなければならない。この作業もかなり恣意的な判断が入る可能性があるが，他の多くのケースを比較し，専門的な知識を前提に行われることが条件である。この作業では数十年の周期で変動する部分と，10年前後あるいは3から4年の周期で変動する部分とが明確に区分され，さらに外部から影響する不測の事態は，その影響量を個々の波動について独自に測定される。

2. 価格変動の類型

理論的に抽出される波動は，数式によって表現されるものと，数値だけで表現されるものとの二種類がある。現実には前者のものは少なく，動きを明確に表現するための近似として利用されることが多い。しかし以下では各波動の価格全体の動きに占める割合や，他の波動との関連，ランダムショックの影響対象と

その程度等を考えるために、波動が数式で表現される場合を想定して、価格変動を分析する方向を模索する。

2-1. 長期波動

数十年周期の長期波動を検出するためには長期の数値的なデータと同時に過去の詳細な歴史的記録が必要である。特に長期波動に影響する出来事は必要不可欠である。長期の数値的なデータをそのままみれば複雑な変化が記録されているが、そのデータから数十年を通して一貫して存在する周期的な波動を抽出することになる。この作業は他の波動の抽出やランダムショックの分析と同時にに行われる。

作業によって次のような長期波動が検出されたと考える。すなわち

$$Y(T) = Y_0 \exp(\delta \cdot \sin T + aT) \quad (1)$$

によって表現される長期循環である。 $Y(T)$ は時点 T の長期波動の値、 Y_0 は長期波動の初期値、 δ と a は定数である。 $\exp(\delta \cdot \sin T + aT) = e^{(\delta \cdot \sin T + aT)}$ である。

Y_0 で表される初期値は、数十年周期の循環が最初の時点に理論的に記録すると考えられる値であり、1世紀以上にわたって波動の基礎となる。循環は自然対数の底 e の指数部分のうちの $\delta \cdot \sin T$ によって表される。 δ が正であれば、 $\delta \cdot \sin T$ の最小値は $-\delta$ 、最大値は δ 、すなわち $-\delta \leq \delta \cdot \sin T \leq \delta$ であり、振幅は δ によって決められる。 e^{aT} は a が正であれば時間の経過とともに一方的に増大し、 a が負であれば時間の経過とともに一方的に減少する。したがって a が正であれば $Y(T)$ は循環的に増大し、 a が負であれば $Y(T)$ は循環的に減少する。

次に長期波動に影響する外部の不測の事態であるが、これらは他の波動には関係せず長期波動だけに影響するとして処理される。すなわち大きな外部の不測の事態は長期波動の本来の動きだけを変化させると想定される。これらの大きな事態が長期波動にどのように影響するかは、個々の事態によって異なるが、数式によって表される(1)のような場合を考えれば、①方程式自体を変化させる、

②初期値 Y_0 が全体的に移動させられ、新たな初期値 Y_{01} が設定される、③定数 δ や a を変化させる、等が考えられる。

①や②は極めて大きなショックが発生したときで、通常は③が考えられる。

③の事態でも定数が以後完全に新しい定数に移行してしまう場合と一時的に定数が変化する場合とが想定される。

2-2. 中期波動

中期波動はもし長期波動を検出するために必要なデータがそろわないときには、短期波動等と一緒に最も周期の長い循環として検出される。このときには本来存在するはずの長期波動の値がすべて中期波動に含まれることになり、理論的には「変形された中期波動」になる。数式的に表された中期波動として

$$y(t) = y_0 \exp(\lambda \cdot \sin t) \quad (2)$$

が検出されたと仮定する。 $y(t)$ は中期波動独自の値、 y_0 は初期値、 λ は定数、 t は中期波動が計算される時間である。この式は上記の (1) より簡単で、 e の指数部分は $-\lambda$ から λ の範囲で振動し、 $\exp(\lambda \cdot \sin t)$ も $e^{-\lambda}$ から e^{λ} の間で恒常的に振動する。 $y(t)$ は $y_0 e^{-\lambda}$ と $y_0 e^{\lambda}$ の間で同じ周期と振幅で循環をくり返す通称古典的循環と呼ばれる波動である。

この波動は長期波動と同時に検出されているために式をみれば長期波動を基礎に上下に振動する中期波動と判断される。式 (2) が $y(t) = y_0(\lambda \cdot \sin t)$ であれば、長期波動を中心に同じ周期と振幅で循環をくり返すが、(2) は $y_0 e^{-\lambda}$ と $y_0 e^{\lambda}$ の間で循環するために、長期波動を基礎にしつつ独自の循環をする。 y_0 が正であれば、 $y_0 e^{-\lambda}$ と $y_0 e^{\lambda}$ がいずれも常に正であるために、検出される中期波動は長期波動にプラスされる値になるが、 y_0 が負であれば、中期波動は長期波動から差し引かれる値になる。長期波動のうねりの中で、中期波動はときにはそのうねりの上方でときにはその下方で循環することも考えられる。

外部で生じるショックについては長期波動や短期波動で評価される事態以外のものがその影響を測定される。長期波動と同様に、①方程式自体が変化する、

②初期値 y_0 が全体的に移動させられ、新たな初期値 y_{01} が設定される、③定数 λ が変化する、等の影響が考えられるが、長期波動に比べ変化の可能性が大きいために、①や②が生じる場合も想定される。長期波動に比べ広い視野から柔軟に影響を評価しなければならない。

2-3. 短期変動

一般に短期波動と呼ばれる3年から4年周期の循環は現実には必ずしも検証が容易ではない。それより周期が短い波動が存在することも多く、また短期の外部的なショックが頻発することもあり、それらと区別して短期波動を抽出することは困難なことが多い。そこで短期波動を明確に検出できない場合はそれより短い波動や外部的なショックをまとめて「短期のランダム変動」として評価することが考えられる。

短期のランダム変動は一般の波動とは異なり、正確な周期や規則的な振動を伴わないことが多く、ときには数年間一方的に上昇したり、一方的に低下したりすることが想定される。短期的な好不況は長期や中期の波動とは無関係にこの短期のランダム変動だけで表されることも可能である。

一方的に上昇したり下降したりする短期のランダム変動は例えば、

$$z(t) = \mu(t - \alpha) \quad (3)$$

と表されることができる。 $z(t)$ は短期のランダム変動の値、 μ と α は定数であり、一方的に上昇するときには μ は正の値をとり、 α は正で中期波動の時刻 t との時間的な遅れを表す。ここでは時刻 t は中期波動と同じ単位であるが、短期のランダム変動が頻繁にその変動の状態を変えるときには、その時間の単位を中期波動とは別のものに設定したり、同じ t を採用するのであれば、式や定数を適宜変更しなければならない。

例えば長期波動の経過時刻を T 、中期波動の経過時刻を t 、短期のランダム変動の経過時刻を τ と表し、時間の経過をそれぞれ独立に計算したり、すべての波動や変動を共通の時刻 t で表し、それに対応する式を時期にあわせて変更する方

法である。これらは作業上の便宜の問題であり、分析対象に応じて適宜選択することができる。

3. 価格変動の例示

以下では長短の波動や短期の変動により価格がどのように動いているかを上記の数式例によって計算し、ランダムショックの影響を考える。上記3式の定数にある値を仮定し、これを価格変動の基本と想定し、ランダムショックにより定数の値が変化すれば価格の動きがどのように変わるかを検討する。

3-1. 長期や中期波動に衝撃が存在しない価格の動き

上記の式(1)は時刻の経過が T で、振動は $\sin T$ で表され、(2)は時刻の経過が t で、振動は $\sin t$ で表されている。いずれも三角関数の角速度を時刻が決定している。それぞれの角速度1度をどれだけの時間で進むかは過去のデータから判断されるが、ここでは計算の簡単化のために T が1時点進む間に t が5時点進む、すなわち t が角度を0度から360度まで進む間に T が0度から72度まで進むと考え、 T と t の単位も、 t を基準に中期波動の角度を 1° 進む t の時間を1とし、 T は t の5分の1の速度で進むために、 t が1進むとき t の角度の前進は 1° であるが、このとき T は $1/5$ 進み、 T の角度の位置は $1/5^\circ$ 進むと想定する。

ここでは短期波動は検証されず、代わりに短期のランダム変動が(3)として測定されたと考える。このとき長期や中期の波動に外部的なショックがなければ、検出された長期と中期の波動と短期のランダム変動の値の合計が基本となる市場価格の動きを表す。

基本的な動きの初期値や係数をここでは、

$$Y_0 = 700, \delta = 3.0, a = 0.01, y_0 = 300, \lambda = 2.5, \mu = -1, \alpha = 0,$$

と仮定する。また中期波動を測定した時刻を $t = 0$ から $t = 360$ とする。この時間帯は中期波動が1循環する1周期の期間であるが、このとき長期波動は

$T = 90$ から $T = 162$ まで、すなわち 1 循環の 5 分の 1 を進むとする。ここでは長期波動の出発位置を角度 90 度に設定しているが、これは振動項 $\sin T$ が頂点から下降に向かう位置にあり、中期波動の振動項 $\sin t$ が平均値から上昇するとき、価格全体がどのような方向に動くかを知るためである。また短期のランダム変動の式は中期波動の 1 循環を通して不変であると仮定する。

以上のような仮定のもとで各波動や変動を計算し、それらを合計すれば、以下のようになる。ここで①は長期波動、②は中期波動、③は短期のランダム変動の計算を表示している。

基本式による価格の動き

T	① : $Y_0 = 700, \delta = 3.0, a = 0.01$	t	② : $y_0 = 300, \lambda = 2.5$	③ : $\mu = -1, \alpha = 0$	合計 ①+②+③
90	$Y_0 \exp(1.0000\delta + 90a)$ $34582 = 700 \times 49.4024$	0	y_0 300	$\mu(-\alpha)$ 0	34882
96	$Y_0 \exp(0.9945\delta + 96a)$ $36119 = 700 \times 51.5989$	30	$y_0 \exp(0.5\lambda)$ $1047 = 300 \times 3.4903$	$\mu(30 - \alpha)$ -30	37136
99	$Y_0 \exp(0.9877\delta + 99a)$ $36468 = 700 \times 52.0966$	45	$y_0 \exp(0.7071\lambda)$ $1757 = 300 \times 5.8577$	$\mu(45 - \alpha)$ -45	38180
102	$Y_0 \exp(0.9781\delta + 102a)$ $36511 = 700 \times 52.1592$	60	$y_0 \exp(0.8660\lambda)$ $2614 = 300 \times 8.7146$	$\mu(60 - \alpha)$ -60	39065
108	$Y_0 \exp(0.9511\delta + 108a)$ $35753 = 700 \times 51.0752$	90	$y_0 \exp(\lambda)$ $3655 = 300 \times 12.1825$	$\mu(90 - \alpha)$ -90	39318
114	$Y_0 \exp(0.9135\delta + 114a)$ $33914 = 700 \times 48.4484$	120	$y_0 \exp(0.8660\lambda)$ $2614 = 300 \times 8.7146$	$\mu(120 - \alpha)$ -120	36408
117	$Y_0 \exp(0.8910\delta + 117a)$ $32666 = 700 \times 46.6653$	135	$y_0 \exp(0.7071\lambda)$ $1757 = 300 \times 5.8577$	$\mu(135 - \alpha)$ -135	34288
120	$Y_0 \exp(0.8660\delta + 120a)$ $31228 = 700 \times 44.6119$	150	$y_0 \exp(0.5\lambda)$ $1047 = 300 \times 3.4903$	$\mu(150 - \alpha)$ -150	32125
126	$Y_0 \exp(0.8090\delta + 126a)$ $27986 = 700 \times 39.9249$	180	y_0 300	$\mu(180 - \alpha)$ -180	28106
132	$Y_0 \exp(0.7431\delta + 132a)$ $23704 = 700 \times 33.8622$	210	$y_0 \exp(-0.5\lambda)$ $86 = 300 \times 0.2865$	$\mu(210 - \alpha)$ -210	23580

135	$Y_0 \exp(0.7071\delta + 135a)$	225	$y_0 \exp(-0.7071\lambda)$	$\mu(225 - \alpha)$	
	$22525 = 700 \times 32.1785$		$51 = 300 \times 0.1707$	-225	22351
138	$Y_0 \exp(0.6691\delta + 138a)$	240	$y_0 \exp(-0.8660\lambda)$	$\mu(240 - \alpha)$	
	$20710 = 700 \times 29.5860$		$34 = 300 \times 0.1147$	-240	20504
144	$Y_0 \exp(0.5878\delta + 144a)$	270	$y_0 \exp(-\lambda)$	$\mu(270 - \alpha)$	
	$17231 = 700 \times 24.6161$		$25 = 300 \times 0.0821$	-270	16986
150	$Y_0 \exp(0.5000\delta + 150a)$	300	$y_0 \exp(-0.8660\lambda)$	$\mu(300 - \alpha)$	
	$14060 = 700 \times 20.0855$		$34 = 300 \times 0.1147$	-300	13794
153	$Y_0 \exp(0.4540\delta + 153a)$	315	$y_0 \exp(-0.7071\lambda)$	$\mu(315 - \alpha)$	
	$12621 = 700 \times 18.0293$		$51 = 300 \times 0.1707$	-315	12357
156	$Y_0 \exp(0.4067\delta + 156a)$	330	$y_0 \exp(-0.5\lambda)$	$\mu(330 - \alpha)$	
	$11284 = 700 \times 16.1206$		$86 = 300 \times 0.2865$	-330	11040
162	$Y_0 \exp(0.3090\delta + 162a)$	360	y_0	$\mu(360 - \alpha)$	
	$8938 = 700 \times 12.7687$		300	-360	8878

この動きのもとでは、価格は 34882 円から 39318 円にまで上昇した後 8878 円まで一方的に低下して行く。中期循環は 300, 3655, 25, 300 と上下に振動するが、長期循環と短期のランダム変動は価格低下の傾向を強めるために、合計値は 39318 円に上昇した後は一方的に低下して行く。もし中期循環の影響が他より大きければ、価格は振動する。

3-2. 長期や中期波動に衝撃が存在するときの価格の動き

長期波動への外部的なショックは長く持続する場合と短い期間に消滅する場合とがあるが、ここでは中期波動の 1 周期の間はその影響は持続し、振幅の大きさを決める係数 δ が 3.0, から 2.5 へ減少すると仮定する。振幅は一般に長期の好不況の変化が少なくなれば縮小し、好不況の変化が大きくなれば拡大するが、ここでは振幅を縮小するような市場を取りまく大きな環境の変化が発生したと考える。他方中期波動の振幅の大きさを決める係数 λ が 2.5 から 4.0 へ増大し、その 1 循環の間持続すると仮定する。長期波動の振幅が縮小したが、中期波動の振幅が拡大しており、長期と中期波動とは異なった方向に外部的なショッ

クが影響している。長期波動に影響する市場周辺の大きな事態は価格の動きを沈静化する方向にあるが、中期波動に影響する周辺の小さな出来事は価格の動きを拡大する方向にある。各波動の初期値や短期のランダム変動は基本的な動きと同じであると考える。

このような状況のもとで価格の動きを計算すれば以下ようになる。

衝撃が発生したときの価格の動き

(δ は 3.0 から 2.5 へ, λ は 2.5 から 4.0 へ変化)

T	① : $Y_0 = 700, \delta = 2.5,$ $a = 0.01$	t	② : $y_0 = 300,$ $\lambda = 4.0$	③ : $\mu = -1$ $\alpha = 0$	合計 ①+②+③
90	$Y_0 \exp(1.0000\delta + 90a)$ 20975 = 700×29.9641	0	y_0 300	$\mu(-\alpha)$ 0	21275
96	$Y_0 \exp(0.9945\delta + 96a)$ 21968 = 700×31.3825	30	$y_0 \exp(0.5\lambda)$ 2217 = 300×7.3891	$\mu(30 - \alpha)$ -30	24155
99	$Y_0 \exp(0.9877\delta + 99a)$ 22255 = 700×31.7931	45	$y_0 \exp(0.7071\lambda)$ 5076 = 300×16.9184	$\mu(45 - \alpha)$ -45	27286
102	$Y_0 \exp(0.9781\delta + 102a)$ 22389 = 700×31.9845	60	$y_0 \exp(0.8660\lambda)$ 9583 = 300×31.9445	$\mu(60 - \alpha)$ -60	31912
108	$Y_0 \exp(0.9511\delta + 108a)$ 22222 = 700×31.7455	90	$y_0 \exp(\lambda)$ 16379 = 300×54.5982	$\mu(90 - \alpha)$ -90	38511
114	$Y_0 \exp(0.9135\delta + 114a)$ 21479 = 700×30.6843	120	$y_0 \exp(0.8660\lambda)$ 9583 = 300×31.9445	$\mu(120 - \alpha)$ -120	30942
117	$Y_0 \exp(0.8910\delta + 117a)$ 20922 = 700×29.8893	135	$y_0 \exp(0.7071\lambda)$ 5076 = 300×16.9184	$\mu(135 - \alpha)$ -135	25863
120	$Y_0 \exp(0.8660\delta + 120a)$ 20253 = 700×28.9335	150	$y_0 \exp(0.5\lambda)$ 2217 = 300×7.3891	$\mu(150 - \alpha)$ -150	22320
126	$Y_0 \exp(0.8090\delta + 126a)$ 18653 = 700×26.6423	180	y_0 300	$\mu(180 - \alpha)$ -180	18773
132	$Y_0 \exp(0.7431\delta + 132a)$ 16798 = 700×23.9927	210	$y_0 \exp(-0.5\lambda)$ 41 = 300×0.1353	$\mu(210 - \alpha)$ -210	16629
135	$Y_0 \exp(0.7071\delta + 135a)$ 15820 = 700×22.5955	225	$y_0 \exp(-0.7071\lambda)$ 18 = 300×0.0591	$\mu(225 - \alpha)$ -225	15613

138	$Y_0 \exp(0.6691\delta + 138a)$ 14824 = 700×21.1735	240	$y_0 \exp(-0.8660\lambda)$ 9 = 300×0.0313	$-\mu(240 - \alpha)$ -240	14593
144	$Y_0 \exp(0.5878\delta + 144a)$ 12846 = 700×18.3476	270	$y_0 \exp(-\lambda)$ 5 = 300×0.0183	$\mu(270 - \alpha)$ -270	12581
150	$Y_0 \exp(0.5000\delta + 150a)$ 10953 = 700×15.6426	300	$y_0 \exp(-0.8660\lambda)$ 34 = 300×0.0313	$\mu(300 - \alpha)$ -300	10687
153	$Y_0 \exp(0.4540\delta + 153a)$ 10060 = 700×14.3679	315	$y_0 \exp(-0.7071\lambda)$ 18 = 300×0.0591	$\mu(315 - \alpha)$ -315	9763
156	$Y_0 \exp(0.4067\delta + 156a)$ 9211 = 700×13.1543	330	$y_0 \exp(-0.5\lambda)$ 41 = 300×0.1353	$\mu(330 - \alpha)$ -330	8922
162	$Y_0 \exp(0.3090\delta + 162a)$ 7661 = 700×10.9408	360	y_0 300	$\mu(360 - \alpha)$ -360	7601

この動きのもとでは、価格は 21275 円から 38511 円にまで上昇した後 7601 円で一方的に低下して行く。長期循環は 20975 から 22389 まで上昇した後 7661 まで一方的に低下し、中期循環は 300, 16379, 5, 300 と上下に大幅に振動する。短期のランダム変動は 0 から -360 まで一方的に低下するが、変動幅が小さいために、合計値の動きは長期循環と中期循環の動きによって決定される。

3-3. 基本的な動きと衝撃が存在するときの価格の動きの差異

ランダムショックによって長期波動がなだらかになり、中期波動が振幅を拡大すれば、それらの合計としての価格の動きがどのように異なるかが以下に計算されている。 A は基本波動を、 B は衝撃が存在する波動を、 $A - B$ は基本波動と衝撃が存在する波動との差異を表している。短期のランダム変動はいずれも同一を仮定しているので長期と中期波動だけに差異が生じる。

衝撃が存在するときの価格の動きの差異

T	①			t	②			③	①+②
	A	B	$A-B$		A	B	$A-B$		$A-B$
90	34582	20975	13607	0	300	300	0	0	13607
96	36119	21968	14151	30	1047	2217	-1170	-30	12981
99	36468	22255	14213	45	1757	5076	-3319	-45	10894
102	36511	22389	14122	60	2614	9583	-6969	-60	7153
108	35753	22222	13531	90	3655	16379	-12724	-90	807
114	33914	21479	12435	120	2614	9583	-6969	-120	5466
117	32666	20922	11744	135	1757	5076	-3319	-135	8425
120	31228	20253	10975	150	1047	2217	-1170	-150	9805
126	27986	18653	9333	180	300	300	0	-180	9333
132	23704	16798	6906	210	86	41	45	-210	6951
135	22525	15820	6705	225	51	18	33	-225	6738
138	20710	14824	5886	240	34	9	25	-240	5911
144	17231	12846	4385	270	25	5	20	-270	4405
150	14060	10953	3107	300	34	34	0	-300	3107
153	12621	10060	2561	315	51	18	33	-315	2594
156	11284	9211	2073	330	86	41	45	-330	2118
162	8938	7661	1277	360	300	300	0	-360	1277

長期波動の差異は $T=99$ で 14213 の最大の差異になり、以後 $T=162$ で 1277 の最小の差異になる。中期波動の差異は $t=90$ で -12724 の最大の差異になり、以後 $T=180$ で差異はなくなるが、 $t=210$ 以後小幅な増減がみられる。全般的に長期波動は基本式の値が大きく、中期波動は小さい。特に中期波動では $t=30$ から 150 までの差異が大きく、差異の変化も激しい。長期波動の差異が全体にわたって比較的なだらかなのとは対照的である。

長期と中期の二つの波動を合計した差異は 13607 から 807 まで減少し、再び 9805 まで増大し、以後 1277 まで一方的に減少して行く。全期間を通して基本波動の値が大きく、ランダムショックは全般的に価格を低下させている。

4. 今後の課題

市場価格の変動のなかから規則的な動きを抽出することは必ずしも容易ではない。データをみればその変化の多様さに眩惑され、規則性の抽出を断念することが多い。容易にできることは現実のデータを実質価格に修正し、何種類かの期間を設定して、それらの移動平均により経験的な動きを探る程度である。現実の価格の動きのなかに潜む各種の長さの波動を抽出することは極めて困難である。しかし将来を探ることが大規模投資のさいなどには重要であり、その予測のためには可能な各種の方法を試みなければならない。そのための一つの方法が上記の各種波動の理論的な検証である。

上記では数式的に表される波動が抽出されたことを前提に、ランダムショックの影響を分析しているが、このような分析は数式ではなく数値の流れとして抽出された波動についても同様である。上記の過去のデータについて検討されたランダムショックの影響分析の手法例は、これまでの動きが基本波動であるとき、将来不測の事態が発生したとき基本波動の延長がどのようにゆがめられるか、の検討のさいに参考にされることができる。

上記のような理論的な分析が必要な一例として証券市場が考えられる。先進国では1世紀以上の歴史を有する市場がかなりあり、データも豊富で整理されている。また大きな変動も明確な市場が多く、日本では1930年、1960年、1990年周辺の約30年周期の激変は周知の出来事である。これらの動きには30年周期と同時に、30年以上の周期の超長期波動や、多数のランダムショックが推測される。これまで特に株式市場については、価格や配当率、収益率等の波動について多数の研究がみられるが、上記のような視点からの分析も今後必要である。データの整備や理論的な比較検討には多大の時間と労力が予想されるが、成果が期待される分野である。

参考文献

- Barsky, Robert B. and J. Bradford De Long, "Why Does the Stock Market Fluctuate?", *Quarterly Journal of Economics*, 108(1993), 291-311.
- Black, Fischer, "Noise", *Journal of Finance*, 41(1986), 529-43.
- Bolten, Steven E. and Robert A. Weigand, "The Generation of Stock Market Cycles", *Financial Review*, 33(1998), 77-83.
- Chow, Ying-Foon, and Ming Liu, "Long Swings with Memory and Stock Market Fluctuations", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 34(1999), 341-67.
- Goetzmann, William N., "Patterns in Three Centuries of Stock Market Prices", *Journal of Business*, 66(1993), 249-270.
- Grandmont, Jean-Michel, "On Endogenous Competitive Business Cycles", *Econometrica*, 53(1985), 995-1045.
- Harrison, Paul, "Similarities in the Distribution of Stock Market Price Changes between the Eighteenth and Twentieth Centuries", *Journal of Business*, 71(1998), 55-79.
- Juglar, Joseph Clément, *Des crises commerciales et de leur retour périodique en France, en Angleterre et aux États-Unis*, Paris: Guillaumin, 1862.
- Kitchin, J., "Cycles and Trends in Economic Factors", *Review of Economics and Statistics*, 5(1923), 10-16.
- Kondratieff, N. D., "The Long Waves in Economic Life", (original Russian, 1926), *Review of Economics and Statistics*, 17(1935), 105-15.
- Kuznets, S., *Secular Movements in Production and Prices*, Houghton Mifflin, 1930.
- Obstfeld, Maurice and Kenneth Rogoff, "Speculative Hyperinflations in Maximizing Models: Can We Rule Them Out?", *Journal of Political Economy*, 91(1983), 675-87.
- Schumpeter, J. A., *Business Cycles*, 2 vols., McGraw-Hill, 1939. (吉田昇三監修, 金融経済研究所訳『景気循環論』全5冊, 有斐閣, 1958-62。)
- Schwert, G. William, "Why Does Stock Market Volatility Change Over Time?" *Journal of Finance*, 44(1989), 1115-53.
- Schwert, G. William, "Indexes of U.S. Stock Prices from 1802 to 1987", *Journal of Business*, 63(1990), 399-426.
- Schwert, G. William, "Stock Returns and Real Activity: A Century of Evidence", *Journal of Finance*, 45(1990), 1237-1257.
- Sentana, Enrique and Sushil Wadhwani, "Feedback Traders and Stock Return Autocorrelations: Evidence From A Century of Daily Data", *Economic Journal*, 102(1992), 415-25.
- Shapiro, Matthew, D. "The Stabilization of the U.S. Economy : Evidence from the Stock Market", *American Economic Review*, 78(1988), 1067-79.

- Shiller, Robert J. and Jeremy J. Siegel, “The Gibson Paradox and Historical Movements in Real Interest Rates”, *Journal of Political Economy*, 85 (1977),
- Tirole, Jean, “Asset Bubbles and Overlapping Generations”, *Econometrica*, 53 (1985), 1499–1527.